2022 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報通信工学専攻

基礎科目試験問題

（実施時間　９：３０ ～ １２：３０）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて１３頁ある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，及び，「電気電子回路２」の９題*あり，この順番に綴じられている．このうち，５題を選択し解答すること．但し，選択すべき試験問題は，受験コース毎に下表のように規定されている．

３．

<table>
<tr><th>受験コース名</th><th>選択すべき試験問題</th></tr>
<tr><td>電気工学コース</td><td rowspan="2">「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」の５題から３題，及び，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，「電気電子回路２」の４題から２題，合計５題を選択すること</td></tr>
<tr><td>量子情報エレクトロニクスコース</td></tr>
<tr><td>情報通信工学コース</td><td>9題（上記*印）から５題選択すること</td></tr>
</table>

４．解答開始前に，別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

５．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【数学1】解答は，白色（1番）の解答用紙に記入すること.

式（1）で表される線形漸化式（linear recurrence relation）について，以下の設問 (a)∼(d) に答えよ．ただし， nは正の整数（positive integer）である．

$$x_{n+1} = 2x_n - x_{n-1} \qquad (1)$$

(a) ベクトル（vector） $\boldsymbol{v}_n = \begin{bmatrix} x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix}$を用いて式（1）を $\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_{n-1}$の形で表し，行列（matrix） $\boldsymbol{A}$を求めよ．

(b) $\boldsymbol{A}$および $\boldsymbol{v}_1$を用いて $\boldsymbol{v}_n$を表せ．

(c) $\boldsymbol{A}$のジョルダン標準形（Jordan normal form）を求めることにより， $\boldsymbol{A}^n$を求めよ．

(d) 式（1）の x_{n+1}を x_1， x_2を用いて表せ．

【数学２】解答は，赤色（２番）の解答用紙に記入すること．

複素関数 (complex function) $f(x,y)$ を次の式で定義する．

$$f(x,y) = (axy^2 + bx^3 - 3x^2 + cy^2) + i(y^3 + dx^2y - 6xy)$$

ただし，a，b，c，d は実数 (real number) とする．以下の設問 (a)～(e) に答えよ．

(a) $f(x,y)$ を変数 (variables) $z = x + iy$ と $\bar{z} = x - iy$ の関数 (function) として表せ.

(b) $f(x,y)$ が正則 (regular) であるとき，a，b，c，d を求めよ．

(c) 設問 (b) で求めた $f(x,y)$ の実部 (real part) と虚部 (imaginary part) は，それぞれラプラス方程式 (Laplace equation) を満たすことを示せ.

(d) 設問 (a) および (b) の結果を用いて，$f(x,y)$ を変数 $z = x + iy$ の関数として表せ.

(e) 正則な関数は共役変数 (conjugate variable) $\bar{z} = x - iy$ を含まないことを，コーシー・リーマンの関係式 (Cauchy–Riemann equations) を用いて証明せよ.

【数学3】解答は，青色（3番）の解答用紙に記入すること.

実数関数（real function）$f(x)$が$(-\infty,\infty)$において絶対積分可能（absolutely integrable）かつ有界(bounded）で，区分的に滑らか（piecewise smooth）であるとする．$f(x)$のフーリエ変換（Fourier transform）$F(u)$とその逆フーリエ変換（inverse Fourier transform）を，それぞれ

$$\mathcal{F}[f](u) = F(u) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\exp(-iux)\,\mathrm{d}x \tag{1}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[F](x) = f(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(u)\exp(iux)\,\mathrm{d}u \tag{2}$$

と定義する．以下の設問 (a)～(d) に答えよ．

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+x)\mathrm{d}t$ のフーリエ変換を計算せよ．

(b) $$f_T(x) = \begin{cases} \frac{1}{2T} & (|x| \le T) \\ 0 & (|x| > T) \end{cases} \qquad T \text{ は正定数（positive constant）} \tag{3}$$

のフーリエ変換 $F_T(u)$ を計算し図示せよ．$F_T(u)$ の最大値（maximum value）と，$F_T(u) = 0$ となる u の値を求めよ．

(c) $G_T(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin^2(uT)}{(uT)^2}$ の逆フーリエ変換 $g_T(x)$ を実線（solid line）で，$f_T(x)$ を破線（broken line）で図示せよ．

(d) $$h_T(x) = \begin{cases} \frac{\cos(u_0 x)}{2T} & (|x| \le T) \\ 0 & (|x| > T) \end{cases} \qquad u_0 \text{ は正定数} \tag{4}$$

のフーリエ変換 $H_T(u)$ を計算せよ．また $\displaystyle\lim_{T\to\infty} H_T(u)$ を図示せよ．

【数学4】解答は，黄色（4番）の解答用紙に記入すること．

関数 (function) $x(t)$ が

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} - 2x(t-1) = t \quad (t > 0) \qquad (1)$$

$$x(t) = 0 \quad (t \leq 0)$$

を満たすとする．以下の設問 (a)～(d) に答えよ．

(a) $x(t)$ のラプラス変換 (Laplace transform) を $X(s)$ としたとき，任意の $a > 0$ に対し

$$\mathcal{L}[x(t-a)] = e^{-as}X(s)$$

が成立することを示せ．

(b) 設問 (a) の結果を利用して，式 (1) の両辺をラプラス変換することで $X(s)$ を求めよ．

(c) 設問 (a), (b) の結果を利用し，式 (1) の $t > 0$ における解 $x(t)$ を，関数 $u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

を用いて無限級数の和 (sum of an infinite series) で表せ．必要なら，$|z| < 1$ なる任意の複素数 (complex number) z に対して，

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

が成り立つことを用いてもよい．

(d) 関数 $\lfloor y \rfloor$ は，$\lfloor y \rfloor = \max\{\, l \text{ は整数 (integer)} \mid l \leq y \}$ で定義されるものとする．このとき，$m > \lfloor t \rfloor$ なる任意の正の (positive) 整数 m と，実数 (real number) t に対して $u(t-m) = 0$ である．関数 $\lfloor t \rfloor$ を用いて，$x(t)$ を有限級数の和 (sum of a finite series) で表せ．

【数学５】解答は，水色（５番）の解答用紙に記入すること．

X，Y，Z，W を互いに独立な (mutually independent) $(0, a]$ 上の一様分布 (uniform distribution) に従う確率変数 (random variable) とする．ただし $a \geq 1$．これらを用いて構成される 2×2 ランダム行列 (random matrix)

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} X & Y \\ Y & W \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix}$$

について，以下の設問 (a)，(b) に答えよ．

(a)

$$\lim_{n \to \infty} \boldsymbol{A}^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となる確率 (probability) を求めよ．

(b) $a = 1$ のとき，

$$\lim_{n \to \infty} \boldsymbol{B}^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となる確率を求めよ．

【電磁理論1】解答は，桃色（6番）の解答用紙に記入すること．

解答用紙に①～㉗の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値，語句を解答用紙に記入せよ．ただし，⑥⑧⑬⑲については適切な語句を選び、その記号を記せ．必要があれば，この問題の最後に記載されたベクトル公式を用いてよい．

図に示す単位長さ当りの巻き数が N の無限に長い半径 a のソレノイドが真空中に存在する．円柱座標系（r, φ, z）の z 軸をソレノイドの中心軸にとり，大きさ I（>0）の一定の電流が φ 方向に流れているものとする．真空の透磁率を μ_0 とし，円柱座標系の基本ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}_r$，$\boldsymbol{i}_\varphi$，$\boldsymbol{i}_z$ とする．

このような電流によって生じる静磁界の磁束密度 $\boldsymbol{B}$ (B_r, B_φ, B_z) を，電磁界基本方程式を用いて求めていく．ソレノイド内部に z 軸を中心軸とし原点 O を中心とする半径 r'（$r' < a$），長さ l の円柱（図中央）を考え，その表面を S とする．この閉曲面 S に対して［　①　］の法則を適用する．閉曲面 S を上面，側面および下面に分割すると，$\boldsymbol{B}$ の各方向成分を用いて同法則は

$$\int_0^{r'}\int_0^{2\pi}\boxed{\quad ② \quad}\,d\varphi dr+\int_{-l/2}^{l/2}\int_0^{2\pi}\boxed{\quad ③ \quad}\,d\varphi dz+\int_0^{r'}\int_0^{2\pi}\boxed{\quad ④ \quad}\,d\varphi dr=\boxed{\quad ⑤ \quad} \tag{1}$$

と書き換えられる（ただし左辺は上面，側面，下面を貫く磁束の項の順に記述すること）．系の対称性より $\boldsymbol{B}$ は［⑥（ア）r,（イ）φ,（ウ）z］方向のみに依存することから，左辺第 1 項と第 3 項の和は［　⑦　］となり，

$$\boxed{⑧\ (ア)\ B_r\ ,\ (イ)\ B_\varphi\ ,\ (ウ)\ B_z} = \boxed{\quad ⑨ \quad} \tag{2}$$

と求まる．この関係はソレノイド外部においても同様である．

次に図下部に示すように，ソレノイド内部に z 軸を中心軸とする半径 r''（$r''<a$）の円 C をとる．この閉曲線 C に対して［　⑩　］の法則を適用すると，$\boldsymbol{B}$ の各方向成分を用いて同法則は

$$\int_0^{2\pi}\boxed{\quad ⑪ \quad}\,d\varphi=\boxed{\quad ⑫ \quad} \tag{3}$$

と書ける．このことから

$$\boxed{⑬\ (ア)\ B_r\ ,\ (イ)\ B_\varphi\ ,\ (ウ)\ B_z} = \boxed{\quad ⑭ \quad} \tag{4}$$

と求まる．この関係はソレノイド外部においても同様である．

さらに［　⑩　］の法則の微分表示を用いて，ソレノイド内部の任意の点について考える．すでに求めた

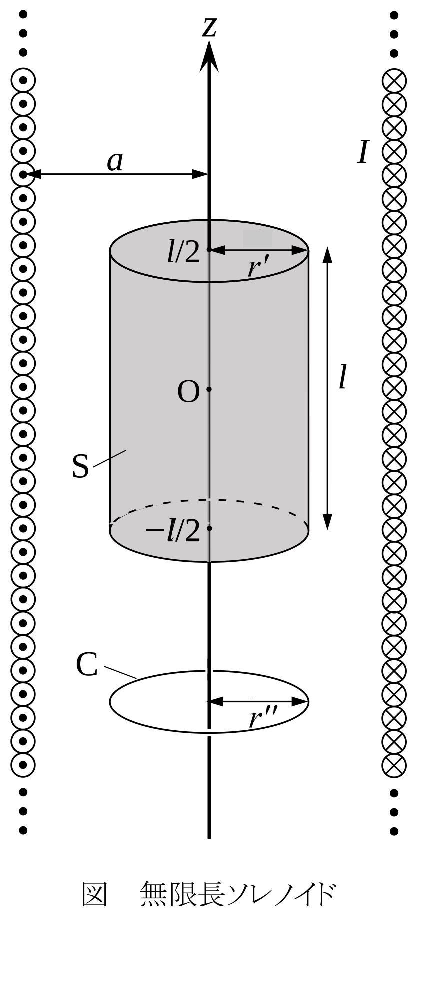

図　無限長ソレノイド

$\boxed{⑧}$, $\boxed{⑬}$ を適用すると，同法則はハミルトンの演算子 $\boldsymbol{\nabla}$ を用いて

$$\boxed{⑮} = \boldsymbol{i}_r \boxed{⑯} + \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{⑰} + \boldsymbol{i}_z \boxed{⑱} = 0 \qquad (5)$$

と書ける．この式より

$$\boxed{⑲ （ア）B_r\ ,（イ）B_\varphi\ ,（ウ）B_z} = \text{constant} \qquad (6)$$

と求まる．この関係はソレノイド外部においても同様である．

ここで $\boxed{⑳}$ の法則を用いて，ソレノイドから無限に離れた点における磁界について考察する．ソレノイドの 1 周分を流れる電流を考えるとこれは円形電流であり，円形電流の各点に対して微小電流要素が逆向きとなる点が存在する．無限遠からこの円形電流を眺めると，非常に近接した場所に互いに逆向きの微小電流要素が存在するとみえることから，磁界 $\boldsymbol{H}$ は無限遠において

$$\boldsymbol{H} = \boxed{㉑} \quad (r \to \infty) \qquad (7)$$

であると考えられる．

ソレノイド内部および外部の磁束密度をそれぞれ $\boldsymbol{B}_\mathrm{i}$，$\boldsymbol{B}_\mathrm{o}$ とすると，$\boxed{⑩}$ の法則の積分表示から導かれる境界条件は，基本ベクトルを用いて

$$\boxed{㉒} = \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{㉓} \qquad (8)$$

と表される．まず式(2)(4)(6)(7)から

$$\boldsymbol{B}_\mathrm{o} = \boxed{㉔} \quad (r > a) \qquad (9)$$

が求まる．さらに式(6)(8)(9)から

$$\boldsymbol{B}_\mathrm{i} = \boxed{㉕} \quad (r < a) \qquad (10)$$

が求まる．

最後にソレノイドに蓄えられるエネルギーについて考える．磁界 $\boldsymbol{H}$ が存在する空間に蓄えられる単位体積当りのエネルギー密度 w_m は，$\boldsymbol{H}$ を用いて

$$w_\mathrm{m} = \boxed{㉖} \qquad (11)$$

で与えられることから，ソレノイドに蓄えられる単位長さ当りのエネルギー W_m は I を用いて，

$$W_\mathrm{m} = \boxed{㉗} \qquad (12)$$

と求まる．

円柱座標系 (r, φ, z) における任意のベクトル界 $\boldsymbol{A}$ に関する公式

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{i}_r \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \boldsymbol{i}_\varphi \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \boldsymbol{i}_z \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right]$$

【電磁理論2】 解答は，緑色（7番）の解答用紙に記入すること．

解答用紙に①～㉔の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる語句，数式または数字を解答用紙に記入せよ．ただし，⑤⑬⑭⑮㉑に関しては語句を選び，その記号を記述せよ．

［1］ 真空中の電磁界において，電界を $\boldsymbol{E}$，磁束密度を $\boldsymbol{B}$，電流密度を $\boldsymbol{J}$，誘電率をε_0，透磁率をμ_0 とする．

アンペア・マクスウェルの法則を表す積分表示の式は

$$\frac{1}{\mu_0}\oint_{\mathrm{C}} \boxed{\quad ① \quad} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_{\mathrm{S}} \boxed{\quad ② \quad} \cdot \boldsymbol{n} dS + \frac{d}{dt}\int_{\mathrm{S}} \varepsilon_0 \boxed{\quad ③ \quad} \cdot \boldsymbol{n} dS \tag{1}$$

である．ここで $d\boldsymbol{l}$ は任意の閉曲線 C に接し，C に沿う線積分の方向を向くベクトル微分線素を表す．$\boldsymbol{n}$ は C に取り囲まれる面 S に垂直で，$d\boldsymbol{l}$ の方向と右ねじの関係を示す方向を向く単位ベクトル，dS は S の微分面素である．

またファラデーの電磁誘導法則は次のように表される．

$$\oint_{\mathrm{C}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int_{\mathrm{S}} \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n} dS \tag{2}$$

ただし，$\boldsymbol{F}$ は閉曲線 C が速度 $\boldsymbol{v}$ で移動しているとき

$$\boldsymbol{F} = \boxed{\quad ③ \quad} + \boxed{\quad ④ \quad} \tag{3}$$

であり，閉曲線 C 上の 1 点において単位正電荷に電磁界が及ぼす力を表す．式(2)左辺は閉曲線 C における起電力を表す．

［2］ 図 1 に示すように，円柱座標系(r, φ, z)において，各辺の長さがそれぞれ a（辺 1,3）及び b（辺 2,4）である完全導体からなる一巻きの方形コイルがある．辺 1 及び 3 が z 軸正方向に流れる無限長の定常な直線電流（大きさ I）と平行な状態を保ちながら r 方向に一定の速度（大きさ v）で遠ざかっている．ただし v は光速度 c に比べ十分小さいとする．このとき，コイルに誘起される起電力の時間発展を考える．また $\boldsymbol{i}_r$，$\boldsymbol{i}_\varphi$，$\boldsymbol{i}_z$ をそれぞれの方向の基本ベクトルとする．

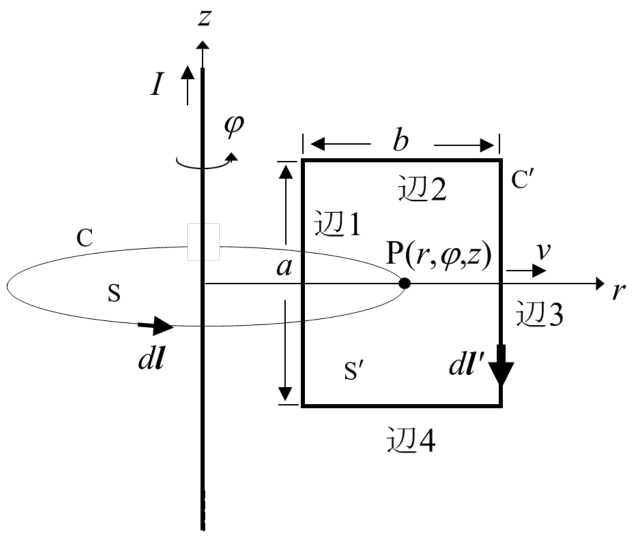

図 1

この直線電流によって生じる磁束密度$\boldsymbol{B}$は，その方向成分のうち $\boxed{⑤（ア）B_r，（イ）B_\varphi，（ウ）B_z}$ のみをもつ．したがって，式(1)の積分を，任意の点 P(r, φ, z)を通り中心軸を z 軸とする円 C 及び C に囲まれた面 S で実行すると，

$$\text{式(1)の左辺} \quad = \quad \boxed{\quad ⑥ \quad} \tag{4}$$

$$\text{式(1)の右辺} \quad = \quad \boxed{\quad ⑦ \quad} \tag{5}$$

となる．これより点 P における磁束密度 $\boxed{⑤}$ は

$$\boxed{⑤} = \boxed{⑧} \tag{6}$$

となる．ここで起電力を求めるために，まず時刻tにおけるコイルで囲まれた面 S′を貫く磁束$\Phi(t)$を考える．面 S′の単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}'$の方向を $\boxed{⑤}$ の方向にとり，また $t=0$の初期状態でコイル左辺（辺 1）が直線電流と一致した位置にあるとすると，

$$\Phi(t) = \int_{S'} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}'dS = \int_{S'} \boxed{⑤}\ dS = \int_{\boxed{⑨}}^{\boxed{⑩}} \boxed{⑧}\ adr \tag{7}$$

となり，式(7)の積分を行うと次式が求まる．

$$\Phi(t) = \boxed{⑪} \tag{8}$$

これより，コイルに誘起される起電力$V(t)$を式(2)右辺より計算すると

$$V(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = \boxed{⑫} \tag{9}$$

となる．

一方，式(2)左辺で表される起電力は，単位正電荷に働く電磁力（ローレンツ力）$\boldsymbol{F}(t)$によって単位正電荷を方形コイルに沿って一周させるときに電磁力によってなされる仕事量として定義される．ここで，自由電子が受けるローレンツ力は v に依存する項が支配的であるとすると，その方向は $\boxed{⑬\ （ア）r,\ （イ）\varphi,\ （ウ）z}$ 軸に沿った方向となる．したがって，図 1 におけるコイルの $\boxed{⑭\ （ア）辺\ 1,\ （イ）辺\ 2}$，及び $\boxed{⑮\ （ア）辺\ 3,\ （イ）辺\ 4}$ 中に存在する自由電子のみローレンツ力によって仕事がなされる．時刻tにおける $\boxed{⑭}$ 及び $\boxed{⑮}$ 中の自由電子が受けるローレンツ力$\boldsymbol{f}(t)$は，自由電子の電荷$(-e)$及び $\boxed{⑬}$ 方向の基本ベクトルを用いて表すと

$$\boldsymbol{f}(t) = \begin{cases} \boxed{⑯}, & \text{for } \boxed{⑭} \quad (10) \\ \boxed{⑰}, & \text{for } \boxed{⑮} \quad (11) \end{cases}$$

である．したがって，図 1 のように方形コイルに沿って積分路 C′をとり，単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}'$と右ねじの関係になるよう，コイルの時計回り方向をベクトル微分線素$d\boldsymbol{l}'$（大きさdl'）の方向とすると，

$$V(t) = \oint_{C'} \boldsymbol{F}(t)\cdot d\boldsymbol{l}' = -\frac{1}{e}\left(\int_{\boxed{⑭}} \boldsymbol{f}(t)\cdot d\boldsymbol{l}' + \int_{\boxed{⑮}} \boldsymbol{f}(t)\cdot d\boldsymbol{l}'\right) = \boxed{⑫} \tag{12}$$

となる．これは式(2)右辺から導かれた式(9)の結果と一致する．つまり，電流を生じようとする向きは，電流によって生じる磁束が，移動によるコイルを貫く磁束の増減を補う方向となることを示している．

次に，このコイルに抵抗値 R の負荷抵抗を直列に接続する．この場合，起電力に応じた電流$\boldsymbol{I}'(t)$がコイルに流れ，その大きさは$|\boldsymbol{I}'(t)| = V(t)/R$である．この電流によってコイルは，その時刻$t$における磁束密度$\boldsymbol{B}(t)$に応じた単位長さ当たりの力$\boldsymbol{f}'(t) = \boldsymbol{I}'(t)\times\boldsymbol{B}(t)$を受けるので，コイルに沿って積分すると，全体としては

$$\boldsymbol{F}'(t) = \oint_{C'} \boldsymbol{f}'(t)dl' = \boldsymbol{i}_r \boxed{⑱} + \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{⑲} + \boldsymbol{i}_z \boxed{⑳} \tag{13}$$

となり，その方向は直線電流 $\boxed{㉑\ （ア）に向かう，（イ）から離れる，（ウ）に平行な}$ 向きである．

したがって，この力に逆らってコイルを一定速度（大きさ v）で動かすために，微小時間Δtの間に必要となる仕事量を$|\boldsymbol{F}'(t)|$，v，Δtを用いて表すと $\boxed{\quad ㉒ \quad}$ となる．一方，負荷抵抗によって微小時間Δtの間に消費されるエネルギー$U(t)$は，$V(t)$，Δt及びRのみを用いて表すと，$U(t) =$ $\boxed{\quad ㉓ \quad}$ であるので，式(12)を代入すると

$$U(t) = \boxed{\quad ㉔ \quad} \tag{14}$$

となり， $\boxed{\quad ㉒ \quad}$ で得られる仕事量と一致することがわかる．したがって外部からなされた仕事は，すべて電気エネルギーに変換され，さらに負荷抵抗中で熱エネルギーとなって消費される．

専門用語の英訳

無限に長い	infinitely long
ソレノイド	solenoid
円柱座標系	circular-cylindrical coordinates
基本ベクトル	base vector
磁束密度	magnetic flux density
電磁界基本方程式	basic equations of electromagnetic field
閉曲面	closed surface
各方向成分	each directional component
系の対称性	symmetry of the system
閉曲線	closed circle
ハミルトンの演算子	Hamiltonian operator
無限遠	infinity
微小電流要素	infinitesimal current element
境界条件	boundary condition
電界	electric field
電流密度	current density
誘電率	dielectric constant; permittivity
透磁率	magnetic permeability
ファラデーの電磁誘導法則	Faraday’s electromagnetic induction law
単位正電荷	unit positive charge
起電力	electromotive force
直線電流	linear current
法線ベクトル	normal vector
自由電子	free electron
ベクトル微分線素	vector differential line element
負荷抵抗	load resistance
仕事量	amount of work

【電気電子回路１】　解答は，灰色（８番）の解答用紙に記入すること．

(1) 図 1 の回路は，$t < 0$（t は時刻を表す）ではスイッチ SW が開放された状態で定常状態[*1]にあり，$t = 0$ において SW を閉じるものとする．また，図中に示すようにキャパシタにかかる電圧と流れる電流を $v_{\mathrm{C}}(t)$，$i_{\mathrm{C}}(t)$，インダクタに流れる電流を $i_{\mathrm{L}}(t)$ とする．つぎの問いに答えよ．

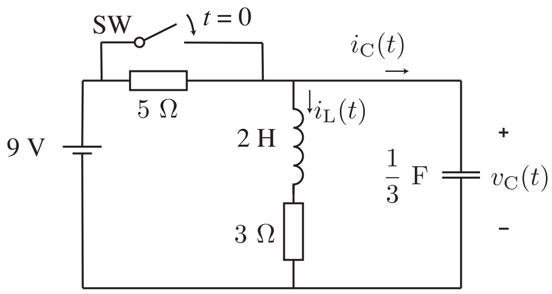

図 1

(i) SW を閉じる直前（$t = 0^-$），閉じた直後（$t = 0^+$），および閉じてから十分に長い時間が経過した後（$t \to \infty$）における $v_{\mathrm{C}}(t)$ と $i_{\mathrm{L}}(t)$ の値をそれぞれ求めよ．

(ii) $i_{\mathrm{C}}(t)$，$i_{\mathrm{L}}(t)$，$v_{\mathrm{C}}(t)$ のラプラス変換 $I_{\mathrm{C}}(s)$，$I_{\mathrm{L}}(s)$，$V_{\mathrm{C}}(s)$ を求めよ．

(iii) $t \geq 0$ における $i_{\mathrm{C}}(t)$，$i_{\mathrm{L}}(t)$，$v_{\mathrm{C}}(t)$ を t の関数として求めよ．

(2) 図 2 の交流回路において，$e(t)$ は角周波数[*2] 1 rad/s の交流電圧源であり，回路は正弦波定常状態[*3]にある．図中に示すようにキャパシタにかかる電圧を $v(t)$ とする．つぎの問いに答えよ．ただし，解答が複素数の分数になる場合，分母を実数で表現せよ．

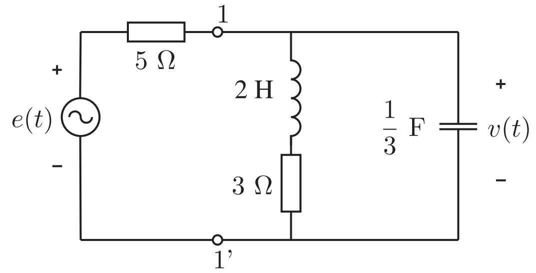

図 2

(iv) ポート 1-1' の右側の回路の合成インピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ．

(v) $v(t)$ のフェーザ $\dot{V}$ を求めよ．ただし，$e(t)$ のフェーザを $\dot{E}$ とする．

(vi) $v(t)$ の $e(t)$ に対する位相の進みを θ としたとき，$\tan\theta$ の値を求めよ．

[*1]定常状態: steady state
[*2]角周波数: angular frequency
[*3]正弦波定常状態：sinusoidal steady state

【電気電子回路2】 解答は，だいだい色（9 番）の解答用紙に記入すること.

図 1 に示す回路の正弦波定常状態[*1]について考える．なお，時間tの関数$v_{\mathrm{in}}(t)$，$v_{\mathrm{out}}(t)$のフェーザを各々$\dot{V}_{\mathrm{in}}$，$\dot{V}_{\mathrm{out}}$とする．

(1) 角周波数[*2] ω [rad/s]の正弦波定常状態での電圧利得$A_{\mathrm{V}} = \dot{V}_{\mathrm{out}}/\dot{V}_{\mathrm{in}}$を求めよ．

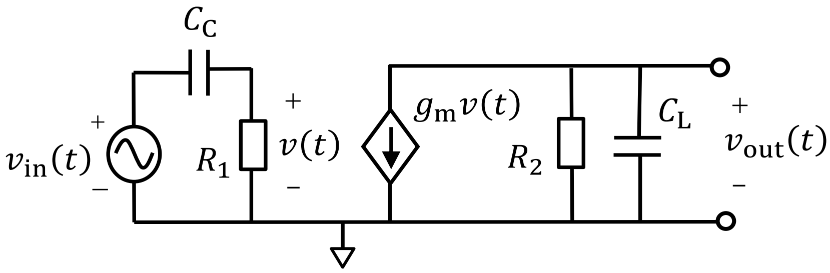

図 1

次に，電圧 $v_{\mathrm{in}}(t)$，$v_{\mathrm{out}}(t)$，$v(t)$に対して図 1 の回路と同等の動作を実現するために，図 2 に示すように，n チャネル MOSFET を用いた回路を考える．この回路は電源電圧 5 V で動作し，電圧利得A_{V} は問い(1)と同じものとする．n チャネル MOSFET は飽和領域[*3]で動作し，ゲート・ソース[*4]間電圧V_{GS}に対してドレイン[*5]電流I_{D}は

$$I_{\mathrm{D}} = \frac{\beta}{2}(V_{\mathrm{GS}} - V_{\mathrm{TH}})^2$$

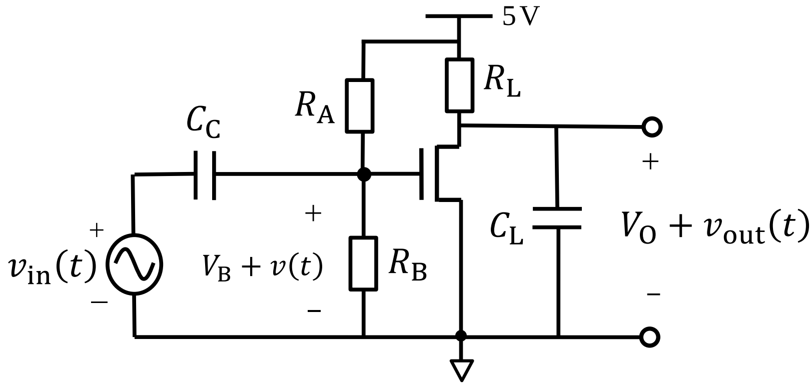

図 2

と表される．ここで，$V_{\mathrm{TH}} = 0.5\ \mathrm{V}, \beta = 1\ \mathrm{mA/V^2}$であり，n チャネル MOSFET 内部の寄生容量は無視する．また，電圧 $v_{\mathrm{in}}(t)$，$v_{\mathrm{out}}(t)$の大きさは 1V に比べて微小であるとする．

(2) $R_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{B}} = 100\ \mathrm{k\Omega}, R_{\mathrm{L}} = 1\ \mathrm{k\Omega}$，$C_{\mathrm{C}} = 10\ \mathrm{pF}, C_{\mathrm{L}} = 0.1\ \mathrm{pF}$ とする．この時，図 2 中に示す直流電圧$V_{\mathrm{B}}, V_{\mathrm{O}}$の値を求めよ．

(3) 図 1 のR_1, R_2, g_{m}を図 2 中の素子パラメータ及び$\beta, V_{\mathrm{TH}}, V_{\mathrm{B}}$を用いて表せ．

(4) 問い(2)の場合での R_1, R_2, g_{m}の値を求めよ．

(5) 問い(2)の場合，角周波数ωの関数として電圧利得の絶対値$|A_{\mathrm{V}}|$の概形を図示せよ．なお，横軸はωの対数スケール，縦軸は単位を dB とした電圧利得とし，電圧利得の最大値と折点角周波数[*6]を明示すること．また，必要に応じて，$20\log_{10}2 = 6.0, 20\log_{10}3 = 9.5$ を用いてよい．

注　図中，右の記号は基準電位[*7]を示す．

*1 正弦波定常状態 ：sinusoidal steady state
*2 角周波数 ：angular frequency
*3 飽和領域 ：saturation region
*4 ゲート・ソース ：gate-source
*5 ドレイン ：drain
*6 折点角周波数 ：corner angular frequency
*7 基準電位 ：reference potential